基于降阶隆伯格观测器的永磁同步电机转子位置估算

Microchip Technology Inc.

MCU32 产品部应用工程师 钱敏

摘要

本文介绍如何使用降阶隆伯格观测器（ROLO）估算永磁同步电机（PMSM）的转子磁链位置。首先介绍特征值与稳定性的关系；在此基础上，引入状态反馈控制的理念；接着介绍如何使用该理念来设计隆伯格观测器；然后，以 PMSM 为例，推导 ROLO 的设计过程，给出设计结果；最后，介绍 Microchip 的相关电机控制方案（评估套件、例程和文档等）。

关键词

降阶隆伯格观测器，永磁同步电机，反电动势估算，MPLAB® Harmony 3

一、 概述

永磁同步电机（PMSM）的磁场定向控制（FOC）在近十几年成为了主流的电机控制方法。其中，无位置传感器 FOC 由于其低成本和高可靠性，获得了越来越多的应用和关注。由于没有位置传感器，所以必须估算转子磁链位置。由于在旋转过程中，转子磁链生成反电动势（BEMF），并且 BEMF 超前转子磁链$\frac{\pi}{2}$弧度，所以可以利用对 BEMF 进行观测，进而估算转子磁链。降阶隆伯格观测器（ROLO）是一种常用的 BEMF 观测手段。

一方面，工程师可能不具备设计观测器所需的背景知识；另一方面，产品开发项目必须尽快且高质量地完成。尽管可以找到背景知识的相关教材，但由于其缺少针对性，所以工程师不得不花费大量时间进行学习。该矛盾经常成为制约产品开发进度和质量的瓶颈。针对此困境，ROLO 由于其原理简单，成为了能短时间掌握的优选方案。

本文针对 PMSM 控制所需，筛选出最少量的必需知识，按照逻辑顺序阐述利用 ROLO 观测 BEMF 的原理。此外，还介绍了 Microchip 的相关电机控制方案。读者可以借此快速掌握原理，并且上手实践和熟悉。

二、 特征值与稳定性

常微分方程（ODE）是时间确定性系统的一种抽象模型。PMSM 可以看作是一个线性时间确定性系统，因此可以用线性常微分方程来建模。

考虑以下的一般线性 ODE：

$\dot{\vec{x}} = A\vec{x},\ \vec{x}(0) = \vec{x}_0$ 式 1

其中，$\vec{x} \in R^n$是随时间t变化的状态向量。$\vec{x}_0$是 0 时刻的初始状态。$A \in R^{n\times n}$是一个已知方阵。我们关心的是，$\vec{x}$是否趋向于$\vec{0}$（$\vec{x} \to \vec{0}$）？

假设A拥有n个相互独立的特征向量$\vec{x}_1 \cdots \vec{x}_n$，对应的特征值是$\lambda_1 \cdots \lambda_n$。那么可以把$A$分解为：

$A = S\Lambda S^{-1}$ 式 2

其中，$S = [\vec{x}_1 \cdots \vec{x}_n]$，$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix}$。

由于$\vec{x}_1 \cdots \vec{x}_n$是空间$R^n$的一组基，所以任意$\vec{x} \in R^n$都可以表示为$\vec{x}_1 \cdots \vec{x}_n$的线性组合：

$\vec{x} = v_1\vec{x}_1 + \cdots + v_n\vec{x}_n = [\vec{x}_1 \cdots \vec{x}_n]\begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = S\vec{v}$ 式 3

把式 3 代入式 1，得到：

$\dot{\vec{v}} = \Lambda\vec{v} \quad \Rightarrow \vec{v} = e^{\Lambda t}\vec{v}_0$ 式 4

于是：

$\vec{x} = S\vec{v} = [\vec{x}_1 \cdots \vec{x}_n]\begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & e^{\lambda_2 t} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_{10} \\ \vdots \\ v_{n0} \end{bmatrix} = e^{\lambda_1 t}v_{10}\vec{x}_1 + \cdots + e^{\lambda_n t}v_{n0}\vec{x}_n$ 式 5

从式 5 可以看出，$\vec{x} \to \vec{0}$当且仅当A的所有特征值$\lambda_1 \cdots \lambda_n$都位于复平面的左半面。

三、 状态反馈控制

假设式 1 是某个物理系统的 ODE 模型。显然，矩阵A是由物理系统客观决定的。因此，系统状态$\vec{x}$不一定$\rightarrow \vec{0}$。对该系统，我们可以施加一个输入向量$\vec{u}$：

$\dot{\vec{x}} = A\vec{x} + B\vec{u}$ 式 6

其中，B是由物理系统决定的已知矩阵。能否通过选择合适的$\vec{u}$使得$\vec{x}$一定$\rightarrow \vec{0}$？答案是肯定的。一个简单的选择是状态反馈比例控制：

$\vec{u} = K(\vec{0} - \vec{x}) = -K\vec{x}$ 式 7

其中，K是比例增益。于是，式 6 变为：

$\dot{\vec{x}} = (A - BK)\vec{x}$ 式 8

只要选择合适的K，使$A - BK$的所有特征值都位于复平面的左半面，就可以确保$\vec{x} \rightarrow \vec{0}$。

MICROCHIP

四、 隆伯格观测器

考虑以下系统：

$$\begin{cases}\dot{\vec{x}} = A\vec{x} + B\vec{u} \\ \vec{y} = C\vec{x}\end{cases} \qquad \text{式 9}$$

其中，C是由物理系统决定的已知矩阵，$\vec{y}$是输出向量，并且$\vec{y}$可以直接测得，$\vec{x}$不能直接测得。能否利用已知信息$A, B, C, \vec{u}, \vec{y}$来估算$\vec{x}$？

我们首先尝试做开环仿真估算：

$$\dot{\hat{\vec{x}}} = A\hat{\vec{x}} + B\vec{u} \qquad \text{式 10}$$

其中，$\hat{\vec{x}}$是$\vec{x}$的估算值。把式 9 与式 10 相减，可以检验估算效果：

$$\dot{\tilde{\vec{x}}} = A\tilde{\vec{x}} \qquad \text{式 11}$$

其中，$\tilde{\vec{x}} = \vec{x} - \hat{\vec{x}}$是估算误差。显然，$\tilde{\vec{x}}$不一定$\to \vec{0}$。但注意到式 11 与式 1 的形式完全相同，因此应当考虑使用类似于式 7 那样的状态反馈控制来使$\tilde{\vec{x}} \to \vec{0}$。

由$\hat{\vec{y}} = C\hat{\vec{x}}$可得：$\vec{y} - \hat{\vec{y}} = C\tilde{\vec{x}}$。其中，$\hat{\vec{y}}$是$\vec{y}$的估算值。$\hat{\vec{y}}$和$\vec{y}$都是已知的，于是$C\tilde{\vec{x}}$，即系统式 11 的状态反馈信息，也是已知的。我们只需要对系统式 11 施加状态反馈控制，使系统模型变为：

$$\dot{\tilde{\vec{x}}} = A\tilde{\vec{x}} - LC\tilde{\vec{x}} = (A - LC)\tilde{\vec{x}} \qquad \text{式 12}$$

并且选择合适的矩阵L，使$A - LC$的所有特征值都位于复平面的左半面，就可以确保$\tilde{\vec{x}} \to \vec{0}$。

为了实现式 12，必须设计如下的观测器：

$$\begin{cases}\dot{\hat{\vec{x}}} = A\hat{\vec{x}} + B\vec{u} + L(\vec{y} - \hat{\vec{y}}) \\ \hat{\vec{y}} = C\hat{\vec{x}}\end{cases} \qquad \text{式 13}$$

式 13 由斯坦福大学的大卫.隆伯格教授提出，因此命名为隆伯格观测器。

五、 观测 PMSM 的 BEMF

在静止两相坐标系（$\alpha-\beta$坐标系）中，表贴式 PMSM 的电压方程为：

$$\begin{cases} u_\alpha = R_s i_\alpha + L_s \dot{i_\alpha} + e_\alpha \\ u_\beta = R_s i_\beta + L_s \dot{i_\beta} + e_\beta \end{cases} \quad \text{式 14}$$

其中，R_s、L_s是定子线圈相电阻、相电感；u、i、e是在α轴或β轴上的电压、电流、反电动势。反电动势是由转子磁链旋转而生成的，因而受制于以下 ODE：

$$\begin{cases} \dot{e_\alpha} = -\omega e_\beta \\ \dot{e_\beta} = \omega e_\alpha \end{cases} \quad \text{式 15}$$

其中，ω是电气转速。

把式 14 和式 15 写成矩阵形式，即表贴式 PMSM 在$\alpha-\beta$坐标系中的 ODE 模型：

$$\begin{cases} \dot{\vec{i}} = -\frac{R_s}{L_s} I\vec{i} - \frac{1}{L_s} I\vec{e} + \frac{1}{L_s} I\vec{u} \\ \dot{\vec{e}} = \omega J\vec{e} \end{cases} \quad \text{式 16}$$

其中，$\vec{i} = \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}, \vec{e} = \begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix}$是系统状态向量；$\vec{u} = \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix}$是输入向量；$J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$。

由于$\vec{i}$可以通过传感器采集到，因此可以把它看作已知量，而不是系统状态。基于这种观点，系统的阶数由原来的 4 降低为 2。相应地，式 16 的形式变为：

$$\begin{cases} \dot{\vec{e}} = \omega J\vec{e} \\ \dot{\vec{i}} + \frac{R_s}{L_s} I\vec{i} - \frac{1}{L_s} I\vec{u} = -\frac{1}{L_s} I\vec{e} \end{cases} \quad \text{式 17}$$

应当注意到，式 17 与式 9 的形式一致。读者能轻易地看出他们之间的对应关系。于是，只要根据式 13 就可以直接设计出针对$\vec{e}$的隆伯格观测器。对此，本文不做展开，并鼓励读者亲自进行推导。需要指出的是，这样的观测器被称为降阶隆伯格观测器。

六、 Microchip 的 ROLO 方案

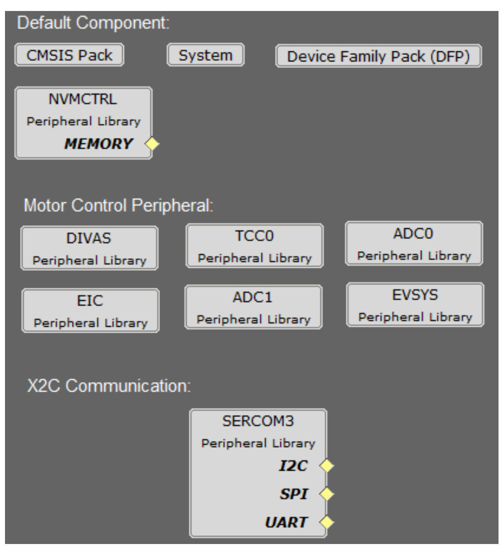
Microchip 的基于 ROLO 的 PMSM 无传感器控制方案提供例程、评估套件、开发工具和帮助文档。

例程位于 MPLAB® Harmony 3 的 motor control 模块中，是一个运行在 Cortex®-M0+ MCU（SAMC21）之上的 MPLAB X 工程：pmsm_foc_rolo_sam_c21。

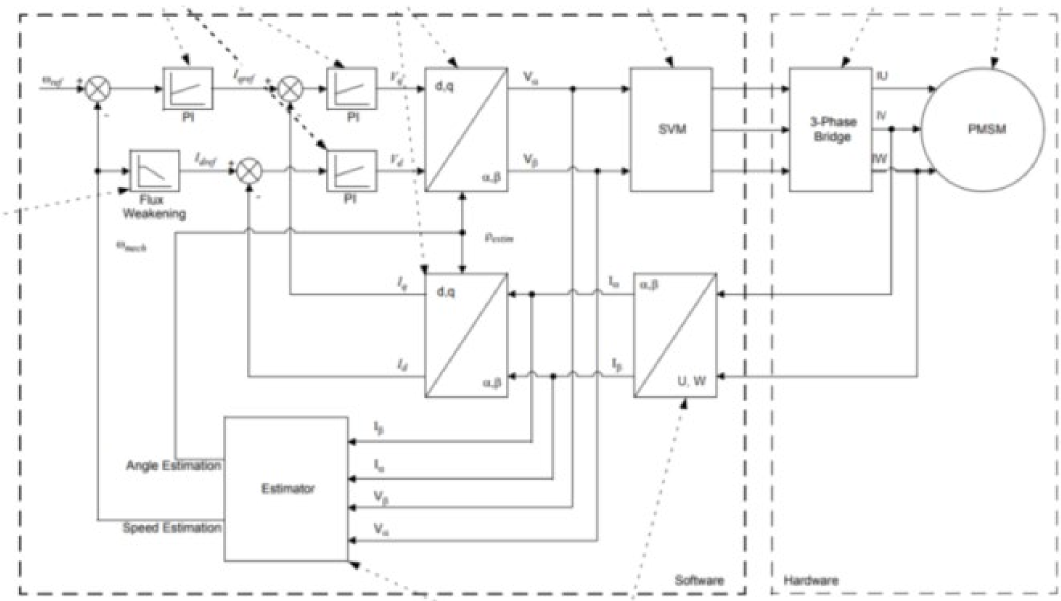
该演示方案可以运行于 MCLV2 低压电机控制评估套件或 MCHV3 高压电机控制评估套件。两款评估套件均可在 Microchip 官网搜索并订购。

该例程利用图形化配置工具 MPLAB Harmony 配置器（MHC）生成。使用 MPLAB X IDE 打开该工程，并打开 MHC，就可以看到 CPU 和所需片上周边（PWM 模块和 ADC 等）的配置情况，如图 1 所示。

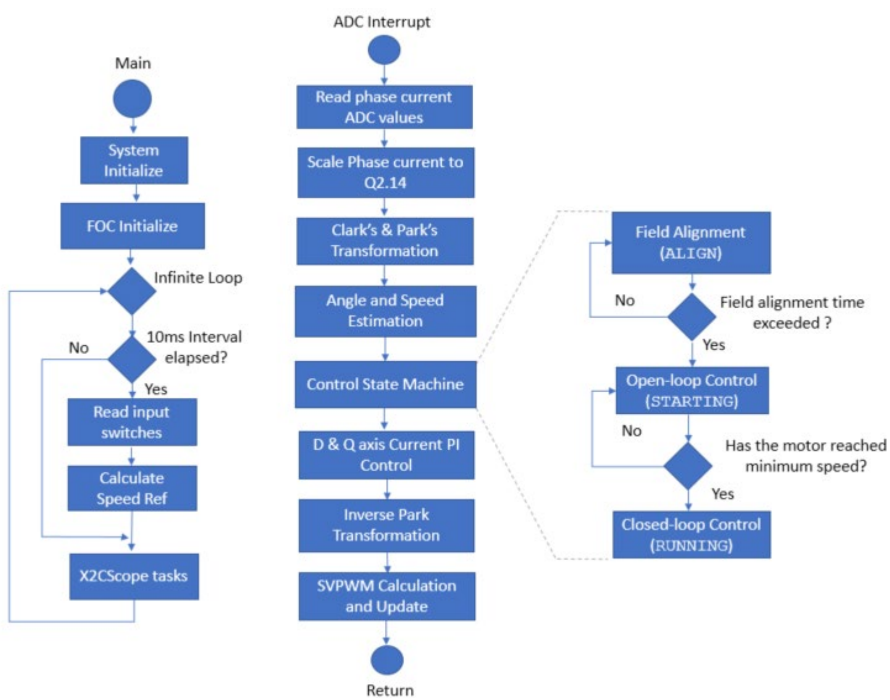
相应的帮助文档也位于 MPLAB Harmony 3 的 motor control 模块中。其中介绍了如何搭建硬件平台、编译和下载工程、算法原理框图、软件流程图、软件配置方法等，如图 2、图 3、 图 4 和图 5 所示。



< 图 1. 例程的 MHC 配置 >



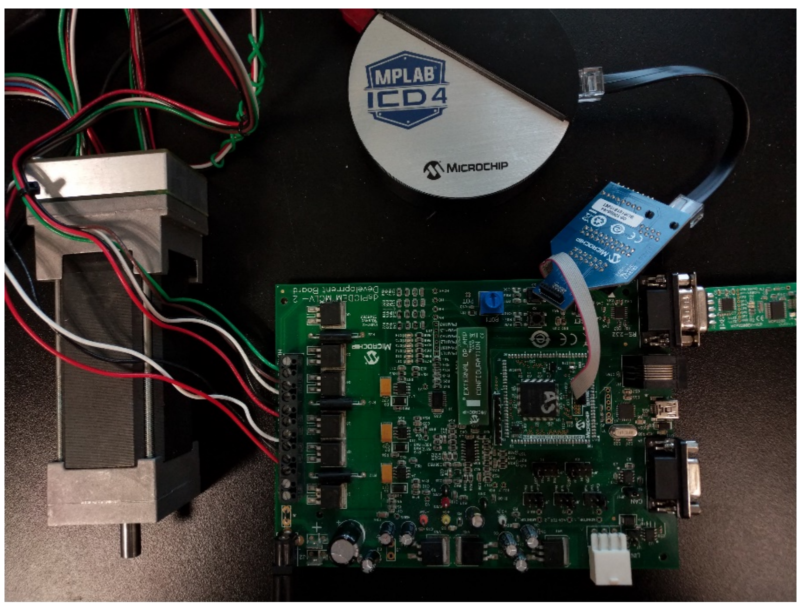
< 图 2. 电机控制算法框图 >



< 图 3. 软件流程图 >

Macro	Description	Units
MAX_FRE_HZ	Electrical Frequency at maximum motor speed	Hz
MIN_FRE_HZ	Electrical Frequency at minimum motor speed	Hz
POLAR_COUPLES	Number of Pole Pairs	-
R_STA	Motor per phase resistance	Ohm
L_SYN	Motor per phase inductance	H
MAX_CUR_AMP	Maximum motor current	A
START_CUR_AMP	Current reference during field alignment and open loop startup	A
ACC_RPM_S	Acceleration ramp rate	RPM/s
DEC_RPM_S	Deceleration ramp rate	RPM/s
STUP_ACCTIME_S	Open loop start up time	s
CUR_RISE_T	Current rise time during field alignment	s

< 图 4. 软件配置方法：电机参数宏定义列表 >



< 图 5. 低压电机控制硬件连接 >

七、 总结

本文从 PMSM 的 ODE 模型开始，逐步介绍了基于 ROLO 的 BEMF 观测器的设计理念和方法；并且介绍了 Microchip 的相关方案。读者可以利用这些资源快速掌握原理并上手实践、熟悉 PMSM 的无传感器控制方法，以加快项目开发进度和提升产品性能。

八、 参考文献

1. AN2590, Sensorless FOC for PMSM Using Reduced Order Luenberger Observer, Microchip Technology.
（https://ww1.microchip.com/downloads/en/AppNotes/00002590B.pdf）
2. MPLAB Harmony 3: motor control module.
（https://gitee.com/Microchip-MPLAB-Harmony/motor_control）
3. Microchip 工程师社区知识库：《Harmony 3 电机控制资源初探》
（http://www.microchip.com.cn/newcommunity//Uploads/H3_Chinese_guides/guide-17.pdf）